

# Place et intérêt de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques

Stage FIL liaison école – collège  
Collège Descartes-Montaigne  
LIEVIN      13 octobre 2011

# Difficultés des mathématiques

- Les maths sont un langage dont il faut maîtriser les règles.
- Les maths nécessitent de la rigueur.
- Les maths sont exigeantes car leur maîtrise des règles demande de la pratique et cela demande des efforts, de la patience et du travail.

# Maîtrise du langage

- De nécessaires compétences linguistiques
  - Le **lexique** : spécifique, naturel et ambigu, symbolique.
    - Hypothèse, égalité, périmètre, aire, ...
  - La **syntaxe** caractéristique du langage scientifique.
    - Traduction en langage symbolique d'un énoncé.
    - Compréhension des énoncés mathématiques, ...
  - Les **représentations graphiques**.
    - Schéma, tableau, figure, dessin, diagrammes, ...

# Commentaire de la diapo n° 3

## **Lexique :**

L'élève qui aura rencontré le mot « périmètre » et découvre ses deux parties *péri-* (autour) et *-mètre* (mesure) construira davantage le sens de la notion et risquera moins de la confondre avec celle d'aire. Importance de l'étymologie.

**réaliser une collection de mots mathématiques** : ces mots « compliqués » peuvent être stockés dans une « boîte à mots mathématiques » collective ou un lexique individuel, au fur et à mesure des rencontres (cette collection pourra constituer le corpus de départ d'analyse pour un éventuel travail en français).

**déclencher une recherche** : en demandant aux élèves de dénommer un objet nouveau quand le besoin apparaît ;

inversement, on **peut interroger sur le sens** d'un mot à partir de l'examen de sa composition (utilisation d'un dictionnaire). Exemple du mot angle (coude en grec).

# La résolution de problèmes

| Démarche scientifique  | Premier domaine de la compétence 3 du socle   |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Identifier et formuler un problème.</li><li>• Conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples.</li><li>• Bâtir une argumentation.</li><li>• Contrôler les résultats en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié.</li><li>• Communiquer une recherche.</li><li>• Mettre en forme une solution.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Rechercher, extraire et organiser l'information utile,</li><li>• Réaliser, manipuler, mesurer, appliquer des consignes.</li><li>• Reasonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.</li><li>• Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.</li></ul> |

# Commentaires de la diapo n° 5

**Le point de départ de l'activité mathématique n'est pas la formalisation mais le problème.**

- Au cycle 3, comme au collège ou en lycée, la résolution de problèmes est placée au **centre de l'activité mathématique** des élèves.
- Le domaine numérique n'est donc pas le seul concerné.
- La pratique d'une démarche scientifique s'appuie sur le **questionnement** des élèves et doit se conclure par des **activités de synthèse et de structuration**, en s'appuyant sur les travaux effectués par la classe.
- Les mêmes types de problème peuvent être proposés à l'école et au collège ; **ce sont les procédures de traitement qui évoluent.**
- Les élèves produisent des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une **amélioration progressive.**
- Au niveau du **socle**, les attendus ne sont pas les **procédures expertes.**

# Énoncé d'un exercice

*Pour un voyage en Angleterre, le principal du collège loue des autocars.*

*Il y a 355 élèves et 12 accompagnateurs. Un bus peut transporter 51 places.*

*Combien faut-il de bus ?*

# Commentaires pour la diapo 7

- On donne ce problème simple aux élèves de 6<sup>ème</sup> avant d'effectuer le cours sur la division euclidienne.
- Cinq à dix minutes, on laisse les élèves chercher sur une copie.
- On récupère ensuite le tout afin d'en faire la synthèse.
- À la séance suivante, lors de la synthèse, le professeur **reprend le plus fidèlement possible différentes méthodes observées**
- S'il y a des **dessins** effectués, il les reprend tels quels.
- La fiche est ensuite distribuée la séance suivante afin d'être lue et commentée.
- On demande aux élèves d'expliquer le raisonnement.
- A noter que pendant le temps de synthèse, le professeur revient régulièrement sur le **vocabulaire**, le **choix des opérations**, et la **façon** dont la solution est apparue.



# Productions d'élèves

Pour connaître le nombre de bus nécessaire, voici plusieurs solutions proposées par la classe :

## I / Méthode par additions successives

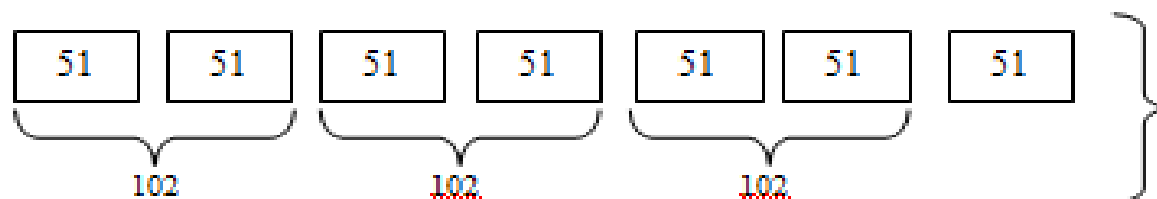
### 1°) Avec l'aide de dessins :

Brahim :



Il faut 8 bus. (Aucun calcul n'est écrit)

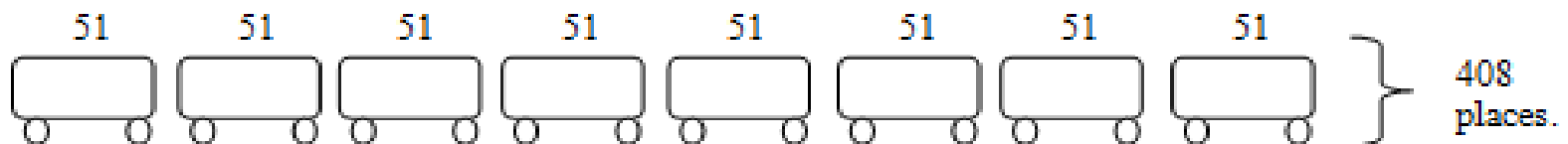
Mélanie



En tout cela fait  
357.

Il faut 8 bus et il y  
aura 10 élèves dans  
le dernier.

Mégane



Donc il faut 8 bus. (408 - 367 = 41 , il reste 41 places dans le dernier bus)

Même méthode pour Nasr. avec ajout de la multiplication.  $51 \times 8 = 408$ .

# Production d'élèves

2°) Sans l'aide de dessins :

Vincent L

| Voyageurs | Bus |
|-----------|-----|
| 51        | 1   |
| 102       | 2   |
| 153       | 3   |
| 204       | 4   |
| 255       | 5   |
| 306       | 6   |
| 357       | 7   |
| 408       | 8   |

$408 - 367 = 41$ . Assez de places.

Il faut 8 bus.

Nicolas

$$51 + 51 + 51 + 51 + 51 + 51 + 51 = 357$$

Il faut 8 bus.

# Procédures d'élèves

## II / Méthode par soustractions successives.

Arnaud B

$$367 - 51 = 316, \quad 316 - 51 = 265, \quad 265 - 51 = 214, \quad 214 - 51 = 163, \quad 163 - 51 = 112, \\ 112 - 51 = 61, \quad 61 - 51 = 10$$

Il faut donc 8 bus. 10 élèves sont dans le dernier.

Daphnée

$$367 - 51 = 316, \quad 316 - 51 = 265, \quad 265 - 51 = 214, \quad 214 - 51 = 163, \quad 163 - 51 = 112, \\ 112 - 51 = 61, \quad 61 - 51 = 10$$

On ne peut pas faire  $10 - 51$  donc je vais mettre 10 élèves dans un bus et au total, il faut 8 bus.

## III / Méthode par essais, en multipliant.

Souhaïl

$$51 \times 7 = 357 \quad \text{et} \quad 51 \times 8 = 408.$$

Il faut 8 bus car avec 7, il n'y en a pas assez et aussi le bon nombre est entre les deux.

Saphia

$$51 \times 6 = 306 \quad \text{et} \quad 306 + 51 = 357 \quad \text{et} \quad 357 + 51 = 408. \quad \text{Il faut 8 bus.}$$

# Procédures d'élèves

## IV / Méthode à l'aide d'une division.

Kévin

Dans un bus, il y a 51 places. Il faut donc faire une division.

$$\begin{array}{r|l} 367 & 51 \\ -357 & 07 \\ \hline & 10 \end{array} \quad \text{Il faut donc 7 bus et un 8ème pour les 10 derniers.}$$

Simon G

$$\begin{array}{r|l} 367 & 51 \\ 10 & 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{On a } 367 = 51 \times 7 + 10 \\ \text{Le reste n'est pas nul. Il faudra donc 8 bus.} \end{array}$$

Tony

$$\begin{array}{r|l} 379 & 51 \\ & 7,19 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{donc 7 bus.} \end{array} \quad \begin{array}{l} 51 \times 7 = 357 \\ 367 - 357 = 10 \\ \text{Il faudra 7 bus pleins et 1 bus avec 10 personnes.} \\ \text{Donc 8 bus en tout} \end{array}$$

# Trois types de problèmes

1. Les problèmes **d'application et de réinvestissement** sont destinés à permettre l'utilisation des connaissances ;
2. Les problèmes « **complexes** » offrent l'occasion de mobiliser plusieurs connaissances mathématiques dans des situations proches de la vie de l'élève, ou en relation avec d'autres domaines de savoir ; ces problèmes demandent aux élèves d'organiser une démarche raisonnée, de poser des étapes intermédiaires, de programmer des calculs, des constructions
3. Les problèmes **de recherche**, pour lesquels les élèves ne disposent pas de solution experte, ont pour objectif le développement d'une attitude de recherche et/ou la construction d'une nouvelle connaissance. .

# Différents types de problèmes, différents moments

- Selon le moment où il est proposé aux élèves, **un même problème peut avoir l'une ou l'autre des fonctions indiquées.**
- Sur le long temps de l'apprentissage, ces problèmes sont d'abord résolus à l'aide de *procédures personnelles*, avant d'être résolus par des *procédures expertes*.
- **Les mêmes types de problèmes peuvent donc être proposés à l'école et au collège ; ce sont les procédures de traitement qui évoluent.**

# Problèmes d'application et de réinvestissement : verbalisation des procédures

- Valentin affirme :
  - « 54 dixièmes, c'est plus que 4,1. »A-t-il raison ? Pourquoi ?
- Nina dit :
  - « Entre 1,5 et 1,6, il n'y a pas d'autre nombre décimal . »A-t-elle raison ? Explique.
- Les  $\frac{2}{3}$  du corps humain sont constitués d'eau. Delphine pèse 45 kg. Quelle masse d'eau contient son corps.

# Problèmes complexes type début de collège

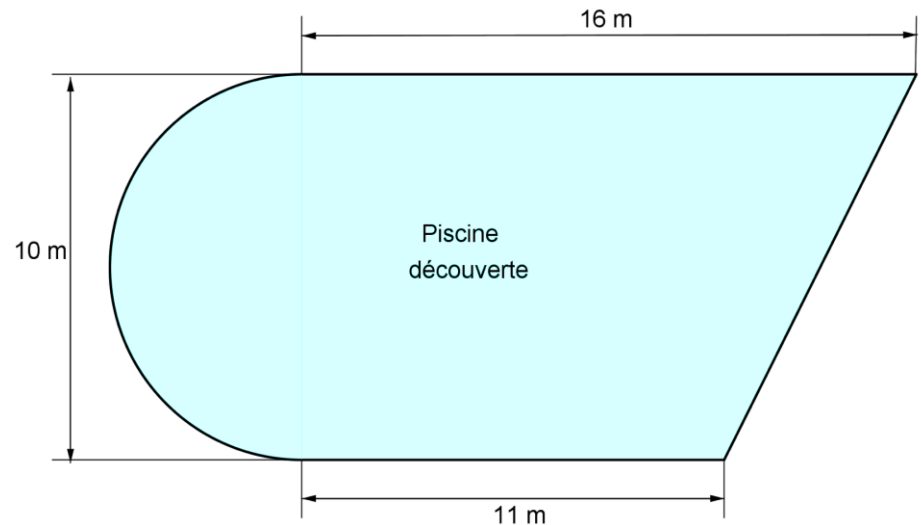
- On prévoit d'enrouler une étiquette autour d'une bouteille d'eau minérale de 8 cm de diamètre.
- Quelle longueur faut-il prévoir pour cette étiquette sachant qu'il faut compter 7 % de plus car ses extrémités se chevauchent légèrement lors du collage ? Arrondir au mm.





# Problème complexe type fin de cycle 3

- Pour une piscine découverte, la norme prévoit une capacité d'accueil de 3 personnes pour  $2 \text{ m}^2$  de plan d'eau. Le plan ci-contre présente le plan d'eau d'une piscine extérieure :



Combien de baigneurs au maximum cette piscine peut-elle accueillir en même temps ?

# Problèmes de recherche, type cycle 3

- Un rectangle a une aire de  $32\text{m}^2$ .  
Sa longueur et sa largeur s'expriment, en mètres, avec des nombres entiers. Trouver les différents périmètres que peut avoir ce rectangle.


# Le projet européen LEMA

- **Learning and Education in and through Modelling and Applications**
  - **Un grand nombre de tâches complexes pour valider le SCCC à cette adresse**
- [http://www.lemaproject.org/web.lemaproject/web/dvd\\_2009/french/teacher.html](http://www.lemaproject.org/web.lemaproject/web/dvd_2009/french/teacher.html)

# Traitement de la situation

- Temps individuel d'appropriation.
- Reformuler la situation et les consignes.
- Rechercher, trier et organiser l'information.

# Traitement de la situation

- Amener à **conceptualiser** :
  - Insister pour faire proposer différents types de représentations : graphique, tableau, dessin, schéma, ...
  - Développer une solution personnelle (  **la solution experte est souvent introduite de façon trop précoce**).
  - Expliciter et argumenter les procédures choisies.
    - En pratiquant la **narration de recherche** : la mise à distance de son activité par le discours (**explicitation** aux autres ou par **écrit**)
    - En instaurant le contrôle de sa propre activité (**la métacognition**)

# Mise en activité des élèves

- Favoriser l'accès aux **problèmes « pour chercher »**.
- Proposer des **tâches complexes** qui font appel à la **curiosité** et développe la **souplesse cognitive**
- Varier les situations : vie courante, autres disciplines, ludiques, problèmes de logique, ...
- Les présenter sous diverses formes : expérience concrète, à l'oral, à l'écrit (texte, document, tableau, graphique, schéma, QCM, ...).
- Les différencier.

# Apprendre à chercher

- Les aider à donner du **sens aux apprentissages** en leur faisant résoudre des **situations riches et variées**.
- Les mettre véritablement en **activité réflexive**.
- Leur apprendre à **s'approprier les énoncés**.
- Permettre les **procédures personnelles**.
- Développer **l'esprit critique**
- Favoriser la **prise de conscience** (connaissance du concept, analyse de la démarche, des erreurs, ...).

# Perspectives

- Réflexion sur :
  - **le travail personnel de l'élève** : attentes, productions, erreurs, ...
  - les **progressions, les séquences d'apprentissage,**
  - le suivi des **élèves n'ayant pas validé le palier 2** du socle (information, remédiations, ...),
  - l'évaluation,
  - ...